جامعة بنـها - كلية العلوم – قسم الرياضيات

كلية الحاسبات الفرقة الثانية

مادة الرياضيات 3

يوم الامتحان: السبت 14 / 1 / 2017 م

المادة : الرياضيات 3

الممتحن: د . / جمال احمد موسى

مدرس بقسم الرياضيات بكلية العلوم

الامتحان+ نموذج إجابته

نصف ورقة

Benha University
1st term (January 2017) Final Exam
Class: 2nd Year Students

Subject: Mathematics3

Faculty of Computers & Informatics
Date: 2017/1/14
Time: 3 hours
Examiner: Dr. Heba El-Sayed Fathy
Dr. Gamal Mosa

Answer the following questions:

Q1: (20 Marks)

ضع علامة (✓) صح امام العبارة الصحيحة وعلامة خطأ (✗) امام العبارة الغير الصحيحة :

1- مجموعة القوة للمجموعة $X = \{3,4\}$ هى $P(X) = \{\{3\},\{4\},\{3,4\}\}$ ( )

2- مجموعة القوة للمجموعة $\{\phi\}$ هى $P(\{\phi\}) = \{\phi, \{\phi\}\}$ ( )

3- اذا كانت A مجموعة غير خالية فان $A - \phi = \phi$ ( )

4- $\{\phi\} \bigcap \{\phi\} = \phi$ ( )

5- اذا كانت U هى المجموعة الشاملة وكانت $\overline{A}$ هى مكملة المجموعة A فان
$A \bigcup \overline{A} = U$ ( )

6- اذا كانت B مجموعة غير خالية فان $A - B \subseteq B$ ( )

7- اذا كانت ϕ هى المجموعة الخالية فان $\overline{\phi} = \phi$ ( )

8- اذا كانت A, B مجموعتان غير خاليتان فان $A \times B = B \times A$ ( )

9- المجموعتان $A = \{1,2,4\}$, $B = \{2,2,4,1,2,4,2\}$ مجموعتان
غير متساويتان ( )

10- اذا كانت A, B, C مجموعات غير خالية فان :
$A \times (B \bigcap C) = (A \times B) \bigcup (A \times C)$ ( )

Q2: (35 Marks)

1- اذا كان A, B, C مجموعات غير خالية بحيث ان:

$$A = \{1,2\}, B = \{a,b,d\}, C = \{a,b\}$$

اوجد مايأتى:

$(i)\quad A \times (B - C) \qquad (ii)\quad A \times (B \bigcap C)$

2- اذا كان $R_1 \subseteq A \times B,\ R_2 \subseteq B \times C$ بحيث ان:

$$R_1 = \{(1,d)\},\ R_2 = \{(a,a),(d,a),(d,b)\}$$

اوجد مايأتى:

$(i)\quad R_2 \circ R_1 \qquad (ii)\quad R_1 \circ R_2$

(iii) هل $R_2 \circ R_1 = R_1 \circ R_2$ ؟

3- بين اى من العلاقات الاتية على الفئة B تكون علاقة تكافؤ ولماذا؟

(1) $\rho_1 = \{(a,b),(a,d),(b,a),(d,a)\}$

(2) $\rho_2 = \{(a,a),(a,b),(b,a),(d,d)\}$

(3) $\rho_3 = \{(a,a),(a,b),(b,a),(d,d),(a,d),(d,a)\}$

4- ضع علامة $\subseteq$, $\not\in$, $\in$ مكان النقط:

اذا كانت $S = \{1, \{1\}, \{2\}\}$

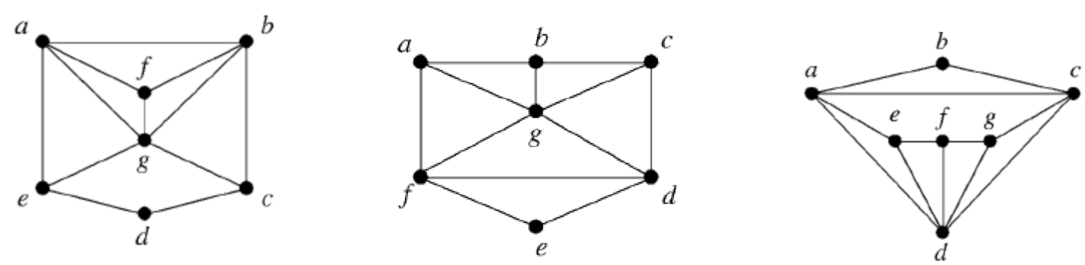
(1) $1.......S$ (4) $2.....S$

(2) $\{1\}....S$ (5) $\{1,\{2\},\{1\}\}.....S$

(3) $\{1,\{2\}\}....S$ (6) $\phi.....S$

Q3: (20 Marks)

1. Show that one and only one pair of the graphs (A, B, C) is isomorphic.



A B C

2. Find the eigenvalues and eigenvectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{bmatrix}$$

Q4: (20 Marks)

1. Find the inverse of $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 2 & -4 & 2 \end{pmatrix}$

2. Find the solution of the following systems of linear equations using Gauss–Jordan elimination:

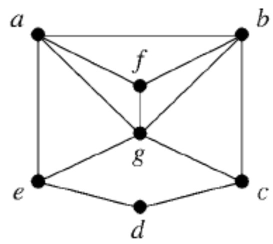
$$2x + 2y + z = 4$$
$$x - y - z = 2$$
$$3x + y = 6$$

GOOD LUCK

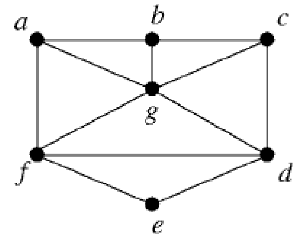
اجابة السؤالين الثالث والرابع (نصف ورقة)

اجابة السؤال الثالث:

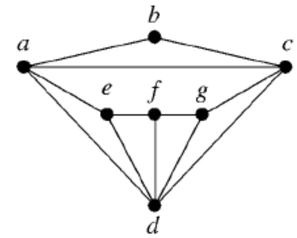
1. Show that one and only one pair of the graphs (A, B, C) is isomorphic.



A



B



C

a	4	a	3	a	4
b	4	b	3	b	2
c	3	c	3	c	4
d	2	d	4	d	5
e	3	e	2	e	3
f	3	f	4	f	3
g	5	g	5	g	3

The pair of the graphs (B, C) is isomorphic.

Where

a	e or g
b	f
c	e or g
d	a or c
e	b
f	a or c
g	d

2. Find the eigenvalues and eigenvectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$|A - \beta I| = \begin{vmatrix} 1-\beta & -3 & 3 \\ 3 & -5-\beta & 3 \\ 6 & -6 & 4-\beta \end{vmatrix} = 0$$

$$(2+\beta)^2(4-\beta) = 0$$

Then the eigenvalues are

$$\underline{\beta = 4 \qquad and \qquad \beta = -2 \quad \#}$$

- <u>At $\quad \beta = -2$</u>

Then
$$\begin{pmatrix} 3 & -3 & 3 \\ 3 & -3 & 3 \\ 6 & -6 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow x - y + z = 0$$

Let x=u and y=v then z=v-u

Then the eigenvector is $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ v-u \end{pmatrix} = u\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + v\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ #

- <u>At $\quad \beta = 4$</u>

Then
$$\begin{pmatrix} -3 & -3 & 3 \\ 3 & -9 & 3 \\ 6 & -6 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow x + y - z = 0$$

$$x - 3y + z = 0$$

$$x - y = 0$$

Let x=t then y=t and z=2 t

Then the eigenvector is $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ t \\ 2\,t \end{pmatrix} = t\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ #

اجابة السؤال الرابع:

1. Find the inverse of $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 2 & -4 & 2 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 4 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-5}{2} & \frac{-3}{4} & \frac{-3}{4} & 1 & 0 \\ 0 & -5 & \frac{3}{2} & \frac{-1}{2} & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & \frac{1}{10} & \frac{1}{10} & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{10} & \frac{3}{10} & \frac{-2}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & -2 & 1 \end{array}\right)$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{15} & \frac{4}{15} & \frac{-1}{30} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{2}{10} & \frac{-1}{5} & \frac{-1}{10} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{-2}{3} & \frac{1}{3} \end{array}\right)$$

Then the inverse is

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{15} & \frac{4}{15} & \frac{-1}{30} \\ \frac{1}{5} & \frac{-1}{5} & \frac{-1}{10} \\ \frac{1}{3} & \frac{-2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

2. Find the solution of the following systems of linear equations using Gauss–Jordan elimination:

$$2x + 2y + z = 4$$
$$x - y - z = 2$$
$$3x + y = 6$$

Solution

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 6 \end{array}\right) \quad \text{(augmented matrix)}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & \frac{1}{2} & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 6 \end{array}\right) \quad [R_1 \to (R_1 \div 2)]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & -2 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & -2 & -\frac{3}{2} & 0 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} [R_2 \to (R_2 - R_1)] \\ [R_3 \to (R_3 - 3R_1)] \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & \frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 1 & \frac{3}{4} & 0 \\ 0 & -2 & -\frac{3}{2} & 0 \end{array}\right) \quad [R_2 \to (R_2 \div (-2))]$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -\frac{1}{4} & 2 \\ 0 & 1 & \frac{3}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} [R_1 \to (R_1 - R_2)] \\ \\ [R_3 \to (R_3 + 2R_2)]. \end{array}$$

This is now in reduced row echelon form and represents the system of equations

$$x - \tfrac{1}{4}z = 2$$
$$y + \tfrac{3}{4}z = 0.$$

The last equation which would normally be expected to give us the value for z, corresponds to $0z = 0$. This is satisfied by any value of z and therefore z can be chosen arbitrarily. Writing $z = t$, where t is a parameter which can take any real value, we have

$$x = 2 + \tfrac{1}{4}t$$
$$y = -\tfrac{3}{4}t$$