كلية الحاسبات والمعلومات

الفرقة الثانية

الفصل الدراسي الاول

٢٠١٤_٢٠١٥

تاريخ الامتحان: ٢٠١٥/١/٢١

نموذج اجابة   نصف ورقة

المادة: رياضيات (٣)

أستاذ المادة : د / أحمد مصطفي عبدالباقي

مدرس بقسم الرياضيات بكلية العلوم ببنها

نموذج الاجابة

السؤال الاول:

- في حالة $n=1$ فإن الطرف الأيسر يساوي $\frac{1}{2}$ والطرف الأيمن يساوي $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

أي أن العلاقة صحيحة عندما $n=1$.

٢- نفرض صحة العلاقة المعطاة عندما $n=k$ أي أن

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^k}=1-\frac{1}{2^k} \qquad (1)$$

ونحاول اثبات صحة العلاقة عندما $n=k+1$ وذلك باستخدام العلاقة (1) أى اثبات أن

$$\boxed{\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^k}+\frac{1}{2^{k+1}}=1-\frac{1}{2^{k+1}}???}$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^k}+\frac{1}{2^{k+1}}=1-\frac{1}{2^k}+\frac{1}{2^{k+1}}$$

$$=1-\frac{1}{2^k}\left[1-\frac{1}{2}\right]=1-\frac{1}{2^k}\left[\frac{1}{2}\right]=1-\frac{1}{2^{k+1}}$$

أي أن العلاقة صحيحة عندما $n=k+1$. أي أن العلاقة صحيحة لجميع قيم n.

- نختبر صحة العلاقة عندما $n=1$

$$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$$

و هذا يقبل القسمة على $(x+y)$. إذن العلاقة صحيحة عندما $n=1$.

2- نفرض صحة العلاقة عندما $n=k$ أي أن

$x^{2k}-y^{2k}$ يقبل القسمة على $(x+y)$ (١)

ونحاول اثبات صحة العلاقة عندما $n=k+1$ وذلك باستخدام العلاقة (1) أى اثبات أن

$$\boxed{x^{2(k+1)}-y^{2(k+1)} \text{ يقبل القسمة على } (x+y)}$$

$$x^{2(k+1)}-y^{2(k+1)}=x^{2(k+1)}-x^{2k}y^2+x^{2k}y^2-y^{2(k+1)}$$

$$=x^{2k}(x^2-y^2)+y^2(x^{2k}-y^{2k})$$

نلاحظ أن الحد $x^{2k}(x^2-y^2)$ يقبل القسمة على $(x+y)$ وكذلك الحد $y^2(x^{2k}-y^{2k})$ يقبل القسمة على $(x+y)$ لأن $(x^{2k}-y^{2k})$ يقبل القسمة على $(x+y)$ من (١) .
إذن العلاقة صحيحة عندما $n=k+1$. إذن العلاقة صحيحة لجميع قيم n.

السؤال الثاني:

الحــل

$$D=\begin{vmatrix}3&2&4\\2&-1&1\\6&7&-1\end{vmatrix}=3(-6)-2(-8)+4(20)=78$$

$$D_x=\begin{vmatrix}19&2&4\\3&-1&1\\17&7&-1\end{vmatrix}=19(-6)-2(-20)+4(38)=78$$

$$D_y=\begin{vmatrix}3&19&4\\2&3&1\\6&17&-1\end{vmatrix}=3(-20)-19(-8)+4(16)=156$$

$$D_z=\begin{vmatrix}3&2&19\\2&-1&3\\6&7&17\end{vmatrix}=3(-38)-2(16)+19(20)=234$$

مما سبق ينتج أن

$$x=D_x/D=1 \quad , \quad y=D_y/D=2 \quad , \quad z=D_z/D=3$$

السؤال الثالث:

الحــل : نفرض أن جذور المعادلة هي

$$\frac{a}{r},a,ar$$

وهي متوالية هندسية أساسها r وسبب أخذها على هذه الصورة هو التخلص من أحد المجهولين عند استخدام علاقة فييتا الأخيرة (حاصل ضرب الجذور) باستخدام العلاقتين الأولى والأخيرة من علاقات فييتا نجد أن

$$\frac{a}{r}+a+ar=-\left(-\frac{21}{2}\right)\Rightarrow a\left(\frac{1}{r}+1+r\right)=\frac{21}{2} \qquad (1)$$

$$\left(\frac{a}{r}\right)\cdot(a)\cdot(ar)=-(-16)\Rightarrow a^3=8\Rightarrow a=2$$

بالتعويض في المعادلة (1) نحصل على

$$\frac{1}{r}+1+r=\frac{21}{4}\Rightarrow\therefore 4r^2-17r+4=0$$

$$\therefore (4r-1)(r-4)=0\Rightarrow\therefore r=\frac{1}{4},r=4$$

وتكون جذور المعادلة هي $8,2,1/2$

السؤال الرابع :

الحـــل :

a) حيث أن $2+3i$ جذر مركب للمعادلة ذات المعاملات المركبة فإن $2-3i$ أيضاً جذر لها . نفرض أن الجذرين الآخرين هما a,b ، باستخدام العلاقتين الأولى والأخيرة من علاقات فييتا نحصل على

$$(2+3i)+(2-3i)+a+b=-(-3)=3$$

$$\therefore a+b=-1 \qquad (1)$$

$$(2+3i)\cdot(2-3i)\cdot a\cdot b=-26$$

$$13ab=-26\Rightarrow\therefore ab=-2 \qquad (2)$$

بالتعويض عن قيمة b من المعادلة (1) في المعادلة (2) نجد أن

$$a(-1-a)=-2\Rightarrow(a+2)a-1)=0$$

$\therefore a=-2$ أو $a=1$

وبالتالي $\therefore b=-2$ أو $b=1$

إذن جذور المعادلة هي

$$(2+3i),(2-3i),-2,1$$

(b

$$\because \underline{B}\wedge(\underline{C}\wedge\underline{D})=(\underline{B}.\underline{D})\underline{C}-(\underline{B}.\underline{C})\underline{D}$$

$$\Rightarrow \underline{A}\wedge\{\underline{B}\wedge(\underline{C}\wedge\underline{D})\}=(\underline{B}.\underline{D})(\underline{A}\wedge\underline{C})-(\underline{B}.\underline{C})(\underline{A}\wedge\underline{D})$$

$$\Rightarrow \underline{D}.[\underline{A}\wedge\{\underline{B}\wedge(\underline{C}\wedge\underline{D})\}]=(\underline{B}.\underline{D})(\underline{A}\wedge\underline{C}).\underline{D}-(\underline{B}.\underline{C})(\underline{A}\wedge\underline{D}).\underline{D}$$

$$=(\underline{B}.\underline{D})(\underline{C}\wedge\underline{D}).\underline{A}-0$$

السؤال الخامس :

الحـــل

المعادلتين السابقتين يمكن كتابتها على الصورة

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

أو على الصورة

$$A \cdot X = C$$

ومنها نجد أن

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \therefore |A| = 2 \cdot 2 + 3 = 7 \neq 0$$

$$\therefore A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2}{7} & \frac{3}{7} \\ \frac{-1}{7} & \frac{2}{7} \end{bmatrix}$$

وعلى ذلك يكون $X = A^{-1} \cdot C$

$$\therefore \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{7} & \frac{3}{7} \\ \frac{-1}{7} & \frac{2}{7} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{11}{7} \\ \frac{-2}{7} \end{bmatrix}$$

ومن هاتين المعادلتان نجد أن $y = 2/7$, $x = 11/7$